

Rappels sur les dérivées

Exercice 1 Calculer les fonctions dérivées des fonctions f suivantes :

a) $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$

b) $f(x) = \frac{2x+3}{4-x}$

c) $f(x) = \frac{x-x^3}{2-x}$

d) $f(x) = \frac{x^2+4}{2-x}$

e) $f(x) = \frac{x^3-x^2}{4-x}$

f) $f(x) = \frac{x-7}{x^2-3}$

g) $f(x) = \frac{4-x^2}{x+7}$

h) $f(x) = \frac{4-x^3}{x-5}$

i) $f(x) = \frac{8x^2-7}{3x-5}$

j) $f(x) = (x^2-3)(4x-5)$

Exercice 2 Calculer les fonctions dérivées des fonctions f suivantes :

a) $f(x) = (3x^2-7x)(4x^2-5)$

b) $f(x) = (7x^2-3x)(x^4-2x^3)$

c) $f(x) = (x^2-3)(2x+4)$

d) $f(x) = (x^3-1)(4x^2+x-2)$

e) $f(x) = (8x^2+3x-1)(2x^2-4)$

f) $f(x) = (4x^2-7)(3-5x)$

g) $f(x) = (x^2+3)(3-4x^2)$

h) $f(x) = \frac{(x^2-3x)(4x+2)}{x-5}$

i) $f(x) = \frac{(4x-5)(7x-2)}{3x^2-1}$

j) $f(x) = \frac{(x-5)(3-2x)}{4x+2}$

Exercice 3 Calculer les fonctions dérivées des fonctions f suivantes :

a) $f(x) = \frac{(x^2-3x)(4x-5)}{2x^3-5x+2}$

b) $f(x) = \frac{(x-7)(x^3-5)}{4-x^2}$

c) $f(x) = \frac{(7-x)(3-x^2)}{x^3-1}$

d) $f(x) = \frac{(x-4)(3x-7)}{x^2-4x+2}$

e) $f(x) = (x-7)(3x+2)(4x^2-3)$

f) $f(x) = 5\sqrt{3x^4+5x+2}$

g) $f(x) = 8\sqrt{2x^3-5}$

h) $f(x) = 7\sqrt{4x^2+3}$

i) $f(x) = (x^2+3)^3(2x+4)$

j) $f(x) = (4x^3-5)^2(2x^3+1)$

Exercice 4 Calculer les fonctions dérivées des fonctions f suivantes :

a) $f(x) = (3x^2+5)^3(4x+7)$

b) $f(x) = \frac{(3x^2+5)^2}{x^3+4}$

c) $f(x) = \frac{7x^2+3}{(2x^3+4x)^2}$

d) $f(x) = \frac{4x^2+5}{(3x+2)^3}$

e) $f(x) = \frac{(2x+4)(3x^2+5)^2}{(2x^2+3)^2}$

f) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^4-5}}{(2x^2+3)^2}$

g) $f(x) = \frac{\sqrt{2x-2}(3x^2-4)}{2x-1}$

h) $f(x) = (5x^2-6x+9) \cdot \sqrt[3]{(x+1)^2}$

i) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

Exercice 5 Calculer les fonctions dérivées des fonctions f suivantes :

a) $f(x) = \sin(x) + 2\cos(x)$

b) $f(x) = \sin(x)\cos(x)$

c) $f(x) = (\sin(x) + 2\cos(x))\cos(x)$

d) $f(x) = \frac{\sin(x)+1}{\sin(x)-1}$

e) $f(x) = \frac{\cos(x) + 2}{\cos(x) + 3}$

f) $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 3 \cos(4x)$

g) $f(x) = 6 \cos\left(\frac{x}{3}\right) - 4 \sin\left(\frac{3x}{2}\right)$

h) $f(x) = 2 \cos(x) - \cos(2x)$

i) $f(x) = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^3(4x)$

j) $f(x) = \frac{\sin(3x)}{\cos(5x)}$

k) $f(x) = 1 + \frac{\sin^3(x)}{\cos(x)}$

l) $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

m) $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{3\pi x}{4}\right)$

n) $f(x) = 2 \sin^2(x) + 5 \sin(x) - 3$

o) $f(x) = 2 \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) - 3 \sin(4x)$

p) $f(x) = 4 \sin^3(x) - 3 \sin(x) + 2$

q) $f(x) = 3 \sin^4(x) + \cos^4(x) - 1$

r) $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) \sin\left(\frac{x}{3}\right)$

Exercice 6 Calculer les fonctions dérivées des fonctions f suivantes :

a) $f(x) = 4 \cos\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{3x}{2}\right)$

b) $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)}$

c) $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(2x)}$

d) $f(x) = \frac{\sin(2x)}{\cos^2(2x)}$

e) $f(x) = \frac{1}{(\sqrt{2} \cos(x) + 1)^2}$

f) $f(x) = \frac{2}{\sin(2x)} - \frac{1}{\sin(x)}$

g) $f(x) = \sqrt{\cos(2x) + 3 \sin^2(x)}$

h) $f(x) = x - \sin(x) \cos(x)$

i) $f(x) = \cos(x)(\sin^2(x) + 2)$

j) $f(x) = \sin(x) \cos(x)(2 \cos^2(x) + 3) + 3x$

k) $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin^3(x)} + 2 \cot(x)$

l) $f(x) = \frac{\sin(x) - x \cos(x)}{\cos(x) + x \sin(x)}$

m) $f(x) = \frac{\tan(x)}{a + (ax + b) \tan(x)}$

n) $f(x) = \frac{\cos(x) + x \sin(x)}{\sin(x) - x \cos(x)}$

o) $f(x) = 2x \cos(x) + (x^2 - 2) \sin(x)$

p) $f(x) = \frac{1+x}{1-x} \arctan\left(\frac{x+a}{1-ax}\right)$

q) $f(x) = \arctan\left(\frac{x+a}{1-ax}\right)$

Exercice 7 Calculer la dérivée des fonctions suivantes. (Ces dérivées seront réutilisées tout au long du chapitre.)

a) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

b) $f(x) = \sqrt{x}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

d) $f(x) = (2x + 1)^3$

e) $f(x) = \sin(3x)$

f) $f(x) = x \cos(x)$

g) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

h) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

i) $f(x) = \cos^2(x)$

Rappels sur les dérivées

Solution 1

a) $\frac{1}{(3-x)^2}$

c) $\frac{2x^3 - 6x^2 + 2}{(2-x)^2}$

e) $\frac{-2x^3 + 13x^2 - 8x}{(4-x)^2}$

g) $-\frac{x^2 + 14x + 4}{(x+7)^2}$

i) $\frac{24x^2 - 80x + 21}{(3x-5)^2}$

b) $\frac{11}{(4-x)^2}$

d) $\frac{-x^2 + 4x + 4}{(2-x)^2}$

f) $\frac{-x^2 + 14x - 3}{(x^2 - 3)^2}$

h) $\frac{-2x^3 + 15x^2 - 4}{(x-5)^2}$

j) $2(2x-3)(3x+2)$

Solution 2

a) $48x^3 - 84x^2 - 30x + 35$

c) $6x^2 + 8x - 6$

e) $64x^3 + 18x^2 - 68x - 12$

g) $-2x(8x^2 + 9)$

i) $\frac{129x^2 - 116x + 43}{(3x^2 - 1)^2}$

b) $x^3(42x^2 - 85x + 24)$

d) $20x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 8x - 1$

f) $-60x^2 + 24x + 35$

h) $\frac{2(4x^3 - 35x^2 + 50x + 15)}{(x-5)^2}$

j) $\frac{-8x^2 - 8x + 86}{(4x+2)^2}$

Solution 3

a) $\frac{34x^4 - 100x^3 + 109x^2 - 68x + 30}{(2x^3 - 5x + 2)^2}$

c) $\frac{7x^4 + 6x^3 - 66x^2 + 14x + 3}{(x^3 - 1)^2}$

e) $48x^3 - 228x^2 - 130x + 57$

g) $\frac{24x^2}{\sqrt{2x^3 - 5}}$

i) $2(x^2 + 3)^2(7x^2 + 12x + 3)$

b) $\frac{-2x^5 + 7x^4 + 16x^3 - 89x^2 + 70x - 20}{(4-x^2)^2}$

d) $\frac{7x^2 - 44x + 74}{(x^2 - 4x + 2)^2}$

f) $\frac{5(12x^3 + 5)}{2\sqrt{3x^4 + 5x + 2}}$

h) $\frac{28x}{\sqrt{4x^2 + 3}}$

j) $6x^2(4x^3 - 5)(12x^3 - 1)$

Solution 4

a) $2(3x^2 + 5)^2(42x^2 + 63x + 10)$

c) $-\frac{14x^4 + 9x^2 + 6}{2x^3(x^2 + 2)^3}$

e) $\frac{2(3x^2 + 5)(6x^4 + 15x^2 - 8x + 15)}{(2x^2 + 3)^3}$

g) $\frac{18x^3 - 27x^2 + 20x - 12}{\sqrt{2x - 2}(2x - 1)^2}$

i) $\frac{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}{x^2 - 1}$

b) $\frac{3x(3x^2 + 5)(x^3 - 5x + 16)}{(x^3 + 4)^2}$

d) $-\frac{12x^2 - 16x + 45}{(3x + 2)^4}$

f) $-\frac{2x(6x^4 - 9x^2 - 20)}{(2x^2 + 3)^3\sqrt{3x^4 - 5}}$

h) $\frac{40x^2}{3\sqrt[3]{x+1}}$

Solution 5

a) $\cos(x) - 2\sin(x)$

c) $\cos(2x) - 2\sin(2x)$

e) $-\frac{\sin(x)}{(\cos(x) + 3)^2}$

g) $-2\sin\left(\frac{x}{3}\right) - 6\cos\left(\frac{3x}{2}\right)$

i) $\frac{1}{2}\sin(x) - 12\sin(4x)\cos^2(4x)$

k) $2\sin^2(x) + \tan^2(x)$

m) $-2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{3\pi}{4}\cos\left(\frac{3\pi x}{4}\right)$

b) $\cos(2x)$

d) $-\frac{2\cos(x)}{(\sin(x) - 1)^2}$

f) $\frac{1}{2}\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 12\sin(4x)$

h) $-2\sin(x) + 2\sin(2x)$

j) $\frac{3\cos(3x)\cos(5x) + 5\sin(3x)\sin(5x)}{\cos^2(5x)}$

l) $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

n) $(4\sin(x) + 5)\cos(x)$

o) $-6 \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) - 12 \cos(4x)$

q) $2 \sin(2x) - 2 \sin(4x)$

Solution 6

a) $-2 \sin(x)(4 \cos(x) + 1)$

c) $\frac{\cos(x) \cos(2x) + 2 \sin(x) \sin(2x)}{\cos^2(2x)}$

e) $\frac{2\sqrt{2} \sin(x)}{(\sqrt{2} \cos(x) + 1)^3}$

g) $\frac{\sin(2x)}{2\sqrt{\cos(2x) + 3 \sin^2(x)}}$

i) $-3 \sin^3(x)$

k) $-\frac{3}{\sin^4(x)}$

m) $\frac{a}{(a + (ax + b) \tan(x))^2}$

o) $x^2 \cos(x)$

q) $\frac{1}{1 + x^2}$

Solution 7

a) $4x^3 - 6x$

e) $3 \cos(3x)$

i) $-\sin(2x)$

b) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

f) $\cos(x) - x \sin(x)$

p) $-3 \cos(3x)$

r) $\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) \sin\left(\frac{x}{3}\right) + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

b) $\frac{1}{(\cos(x) + \sin(x))^2}$

d) $\frac{2(\cos^2(2x) + 2 \sin^2(2x))}{\cos^3(2x)}$

f) $-\frac{4 \cos(2x)}{\sin^2(2x)} + \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)}$

h) $2 \sin^2(x)$

j) $8 \cos^4(x)$

l) $\frac{x^2}{(\cos(x) + x \sin(x))^2}$

n) $-\frac{x^2}{(\sin(x) - x \cos(x))^2}$

p) $\frac{2 \arctan\left(\frac{x+a}{1-ax}\right)}{(1-x)^2} + \frac{1+x}{(1-x)(1+x^2)}$

c) $-\frac{2}{x^3}$

g) $\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

d) $6(2x+1)^2$

h) $\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$