

## Théorème de la moyenne

## Exercice 1

On donne la valeur de chacune de ces intégrales. Déterminer le nombre  $c$  annoncé par le théorème de la moyenne et illustrer graphiquement.

a)  $\int_0^3 (x^2 - 1) dx = 6$

b)  $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx = \frac{3}{8}$

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) dx = 1$

## Calculs d'intégrales

## Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int_0^2 \frac{8x^2}{(x^3 + 2)^3} dx$

b)  $\int_{-1}^0 \frac{x^3}{\sqrt{4 + x^4}} dx$

c)  $\int_3^{12} \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$

d)  $\int_{-1}^1 -x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

## ↗ Exercice 3

Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (3x^2 + 4x) dx$

b)  $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{(2x - 1)^3} dx$

c)  $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{1 + 8x}} dx$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \sin(x) dx$

## ↗ Exercice 4

Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int_0^2 (1 - x)^3 dx$

b)  $\int_1^2 \frac{x^3 + 2}{x^2} dx$

c)  $\int_{-1}^1 x^2 (x^3 + 2)^2 dx$

d)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\frac{\pi}{3}} \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} dx$

e)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{1 + \cos(2x)} dx$

## Théorème de la moyenne

Solution 1

a)  $c_f = \sqrt{3}$

b)  $c_g = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$

c)  $c_h = \frac{\arcsin\left(\frac{2}{\pi}\right)}{2}$

## Calculs d'intégrales

Solution 2

a)  $\int_0^2 \frac{8x^2}{(x^3 + 2)^3} dx = \frac{8}{25}$

b)  $\int_{-1}^0 \frac{x^3}{\sqrt{4+x^4}} dx = \frac{2-\sqrt{5}}{2}$

c)  $\int_3^{12} \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx = 28\sqrt{3} - 18\sqrt{7} \approx 0,8739$

d)  $\int_{-1}^1 -x^2\sqrt{x^3+1} dx = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$

Solution 3

a)  $\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (3x^2 + 4x) dx = -\frac{3}{8}$

b)  $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{(2x-1)^3} dx = -\frac{3}{4}$

c)  $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{1+8x}} dx = \frac{1}{2}$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \sin(x) dx = \frac{1}{2}$

Solution 4

a)  $\int_0^2 (1-x)^3 dx = 0$

c)  $\int_{-1}^1 x^2(x^3+2)^2 dx = \frac{26}{9}$

e)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{1+\cos(2x)} dx = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\int_1^2 \frac{x^3+2}{x^2} dx = \frac{5}{2}$

d)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\frac{\pi}{3}} \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} dx = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$