

Série 4

Primitives et premiers calculs

Théorème de la moyenne

Exercice 1

On donne la valeur de chacune de ces intégrales. Déterminer le nombre c annoncé par le théorème de la moyenne et illustrer graphiquement.

a) $\int_0^3 (x^2 - 1) dx = 6$

b) $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx = \frac{3}{8}$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) dx = 1$

Calculs d'intégrales

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_0^2 \frac{8x^2}{(x^3 + 2)^3} dx$

c) $\int_3^{12} \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$

b) $\int_{-1}^0 \frac{x^3}{\sqrt{4 + x^4}} dx$

d) $\int_{-1}^1 -x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

Exercice 3

(Entraînement individuel) Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (3x^2 + 4x) dx$

c) $\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 + 8x}} dx$

b) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(2x - 1)^3} dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \sin(x) dx$

Exercice 4

On a démontré que :

$$(\tan(x))' = 1 + \tan^2(x)$$

En déduire une primitive de $f(x) = \tan^2(x)$.

Constantes et conditions

Exercice 5

Déterminer la primitive F de la fonction f sur I , telle que $F(x_0) = y_0$.

a) $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$; $I = \mathbb{R}$; $x_0 = 1$; $y_0 = 0$

b) $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$; $I =]0; +\infty[$; $x_0 = 1$; $y_0 = 1$

Exercice 6

Déterminer la fonction f qui s'annule exactement en un point telle que $f'(x) = x + 1$.

Exercice 7

Déterminer la fonction f qui passe par le point $(-2; 3)$ et telle que $f'(x) = -\frac{x+5}{2}$.