

## Théorème de la moyenne (suite)

**Exercice 1** Déterminer la valeur moyenne de  $f$  sur  $[a; b]$  et le nombre  $c$  annoncé par le théorème de la moyenne pour chacune des intégrales suivantes :

a)  $\int_{-2}^3 (2x + 4) dx$

b)  $\int_1^2 \frac{-1}{\sqrt{2x-1}} dx$

c)  $\int_0^2 x^2 dx$

d)  $\int_0^3 \frac{x^3 - 3x^2 + x}{x} dx$

## Problèmes d'accumulation et valeurs moyennes

**Exercice 2** Un réservoir se vide avec un débit volumique

$$d(t) = 90 - 2t - \frac{t^2}{4}$$

en litres par seconde, pour  $t$  compris entre 0 et 12 secondes.

a) Calculer le débit volumique moyen entre  $t = 0$  et  $t = 12$ .

b) Si le réservoir est plein au temps  $t = 0$  et se vide en 12 secondes, combien de litres contient-il lorsqu'il est plein ?

**Exercice 3** Entre 10 h et 16 h, la puissance solaire reçue par un mètre carré de panneau est modélisée par

$$p(t) = 500 + 120t - 20t^2$$

en watts par mètre carré, où  $t$  est le nombre d'heures écoulées depuis 10 h et  $0 \leq t \leq 6$ .

a) Calculer la puissance solaire moyenne reçue par mètre carré entre 10 h et 16 h.

b) Calculer l'énergie solaire reçue par 1 mètre carré de panneau pendant ces 6 heures, en wattheures.

c) Un panneau de 2 mètres carrés transforme 20% de cette énergie en électricité. Quelle énergie électrique produit-il, en kilowattheures ?

## Calculs d'intégrales (suite)

**Exercice 4** Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int_{-2}^{-1} \frac{3x^2 - 5x}{x^4} dx$

b)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -\sin(x) \cos(x) dx$

c)  $\int_0^1 (x^2 - 1)(x^3 - 3x)^4 dx$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos(x) - \sin(x)}{(\sin(x) + \cos(x))^2} dx$

↗ **Exercice 5** Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$

b)  $\int_0^3 (x^2 - 1)^2 dx$

c)  $\int_{-2}^{-1} \frac{x^3 + 1}{(x^4 + 4x + 4)^2} dx$

d)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(2x)}{3} dx$

## Calculs et interprétation

**Exercice 6** Vérifier que  $F_1(x)$  et  $F_2(x)$  sont des primitives de  $f$  dans le cas où :

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2} \quad ; \quad F_1(x) = \frac{x}{x+1} \quad ; \quad F_2(x) = -\frac{1}{1+x}$$

À l'aide de chacune de ces deux primitives, calculer :

$$\int_2^3 \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

Déterminer la constante dont diffèrent ces deux primitives.

## Théorème de la moyenne (suite)

**Solution 1**

a)  $\int_{-2}^3 (2x + 4) dx = 25$  ;  $c = \frac{1}{2}$

c)  $\int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3}$  ;  $c = \frac{2}{\sqrt{3}}$

b)  $\int_1^2 \frac{-1}{\sqrt{2x-1}} dx = 1 - \sqrt{3}$  ;  $c = \frac{\sqrt{3}}{4} + 1 \approx 1,433$

d)  $\int_0^3 \frac{x^3 - 3x^2 + x}{x} dx = -\frac{3}{2}$  ;  $c = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

## Problèmes d'accumulation et valeurs moyennes

**Solution 2**

a) 66 L/s ; b) 792 L

**Solution 3**

a) 620 watts par mètre carré ; b) 3720 wattheures par mètre carré ; c) 1,488 kilowattheures

## Calculs d'intégrales (suite)

**Solution 4**

a)  $\int_{-2}^{-1} \frac{3x^2 - 5x}{x^4} dx = \frac{27}{8}$

c)  $\int_0^1 (x^2 - 1)(x^3 - 3x)^4 dx = -\frac{32}{15}$

b)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -\sin(x) \cos(x) dx = 0$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos(x) - \sin(x)}{(\sin(x) + \cos(x))^2} dx = 2 - \sqrt{3}$

**Solution 5**

a)  $\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} dx = 2 - \sqrt{5} \approx -0,236$

c)  $\int_{-2}^{-1} \frac{x^3 + 1}{(x^4 + 4x + 4)^2} dx = -\frac{11}{48}$

b)  $\int_0^3 (x^2 - 1)^2 dx = \frac{168}{5}$

d)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(2x)}{3} dx = -\frac{1}{6}$

## Calculs et interprétation

**Solution 6** $c = 1$